

**Міністерство освіти і науки України**  
**Національний університет кораблебудування імені адмірала**  
**Макарова**

**ВСЕУКРАЇНСЬКА ОЛІМПІАДА В НАЦІОНАЛЬНОМУ**  
**УНІВЕРСИТЕТІ КОРАБЛЕБУДУВАННЯ ІМЕНІ АДМІРАЛА**  
**МАКАРОВА 2021р**  
**з математики, завдання I туру (заочного)**

1. Обчисліть:

$$\sqrt{29 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 + 12\sqrt{5}}.$$

2. При яких значеннях параметра  $a$  система рівнянь має нескінченно багато розв'язків:

$$\begin{cases} 2x + ay = a + 2; \\ (a + 1)x + 2ay = 2a + 4. \end{cases}$$

3. Розв'яжіть рівняння:

$$\sqrt{1 - x\sqrt{x^2 - 1}} = x - 1.$$

4. Розв'яжіть нерівність:

$$(1 - 3x)^7 (3 - 2x)^2 (1 + 3x)^3 (2 - x)^5 x^3 (x + 2)^4 (x + 3)^3 > 0.$$

5. Знайдіть значення виразу:

$$\frac{3}{7} (\log_2 32 + 27^{\log_3 4})^{\log_{69} 14}.$$

6. Знайдіть найменший період функції:

$$y = \cos x \cdot \cos 6x.$$

7. Один з катетів прямокутного трикутника рівний 15 см., а проекція другого катета на гіпотенузу рівна 16 см.. Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник.

8. Об'єм першої кулі рівний  $12 \text{ см}^3$ . Знайдіть об'єм другої кулі, у якої площа поверхні в 9 разів більша, ніж у першої.

9. З'ясуйте, при яких значеннях  $x$  три числа  $a_1, a_2, a_3$ , взяті в даній послідовності, утворюють арифметичну прогресію:

$$a_1 = \lg 2; \quad a_2 = \lg(3^x - 3); \quad a_3 = \lg(3^x + 9).$$

**10.Обчисліть:**

$$32 - \frac{96}{5} + \frac{288}{25} - \frac{864}{125} + \dots$$